**Dr Dragan Škobalj** UDC 043(53.09)

Internacionalni univerzitet, Originalni naučni rad

Brčko distrikt BiH

#### SIMULACIJA SIMULTANOG PRENOSA KOLIČINE KRETANJA,

**TOPLOTE I MASE PRIMENJENA NA JEDNU KAPLJICU**

SAŢETAK: Kombinovani prenos količine kretanja, toplote i mase na kapljici javlja se u velikom broju tehničkih procesa kao što su: sušenje mlaza, hlaĎenje mlaza, kristalizacija mlaza, ciklonsko isparavanje, sagorevanje tečnog goriva, mlaz ili prostor ispune rashladnog tornja i vodeni mlaz ispod ispune rashladnog tornja, komora za kondicioniranje vazduha, direktnim kontaktnim kondenzatorima u termoelektranama.

Uprkos činjenici da su se ove operacije koristile pre 5000 godina (evaporativno hlaĎenje) i relativno mlaĎi proces kao što je sagorevanje tečnog goriva koje je staro 120 godina, provoĎena su intenzivna istraţivanja u zadnjih nekoliko decenija na ovom polju. Čak i jednostavni problem jedne kapljice uključuje ova tri transportna fenomena i daleko je od razrešenja i detaljnog razumevanja za kompletnu oblast varijabli od praktičnog interesa.

KLJUČNE REČI: simultani prenos količine kretanja, toplote, mase, jedna kapljica.

#### Uvod

U slučaju padanja kapljice tečnosti u vazdušnoparnoj mešavini poznatih parametara, tj. temperature, pritiska i vlaţnosti, problem se svodi na odreĎivanje brzine padanja, preĎenog puta i temperature u funkciji vremena.

Problem je matematički opisan diferencijalnim jednačinama kretanja, prenosa toplote i

mase, kao i energije za jednu izolovanu kapljicu.

Rešenje sadrţi sve neophodne informacije za svaku tačku sistema kapljica – vazdušnoparna mešavina. Treba imati u vidu da često i u najjednostavnijem slučaju, kada se posmatra izolovana kapljica u uniformnoj struji, analiza je toliko sloţena, da je nemoguće dobiti analitička rešenja. U tom slučaju se za dobijanje rešenja primenjuje neki od numeričkih postupaka.

#### Hidrodinamika kapljice

Padanje kapljice u vazdušnoparnoj mešavini prikazano je na slici 1. Potrebno je odrediti brzinu i poloţaj kapljice ubačene u vazdušnoparnu mešavinu koja se kreće, u svakom trenutku vremena od ubacivanja. Promena brzine količine kretanja pri padanju kapljice u vazdušnoparnoj mešavini, data je sledećom jednačinom:

 

*d* *m* *V* 



*d F*

*dt* (1)

a poloţaj kapljice, odnosno preĎeni put moţe se odrediti iz sledeće jednačine:

*dZ*

*dt* *Vd*

Rezultantna sila

(2)

*Slika 1. Šematski prikaz padanja kapljice*

##### *2.1. Analiza sila koje deluju na kapljicu*



*F* koja deluje na kapljicu pri njenom kretanju kroz neprekidnu

sredinu u izrazu (1) sastoji se od više komponenata, čiji uticaj na kretanje kapljice zavisi od niza faktora. U većini slučajeva dominantan uticaj ima sila otpora, koja je posledica relativnog kretanja kapljice u odnosu na vazdušnoparnu mešavinu.

 2    

*F* 1 *C* **

*d **V* *V*

*V* *V*

*ot* 2 *d M* 4 *d M d M*

(3)

gde su:

*Cd* – koeficijent otpora kapljice,

*M* – gustina vazdušnoparne mešavine,

*d* – prečnik kapljice

*Vd* i *VM* – brzine kapljice i vazdušnoparne mešavine.

Većina radova koji se odnose na koeficijent otpora sfere odnose se na čvrste sfere. Koeficijent otpora kapljice tečnosti se, meĎutim, razlikuje od koeficijenta otpora čvrste sfere,

naročito u slučaju većih kapljica. Razlozi za to su: deformacija, odnosno odstupanje oblika

kapljice od sfernog, cirkulacija unutar kapljice itd.

Uticaj deformacije kapljice na koeficijent otpora moţe biti značajniji i prema

Reinhartu 6raste sa porastom bezdimenzione veličine *d* *M*

*g* *d* 2 **

.



Za vrednosti ove veličine manje od 0,4 uticaj deformacija se moţe zanemariti. Uticaj cirkulacije tečnosti unutar kapljice na koeficijent otpora razmatrali su Ryboynski i Hadamard, a sumirali Hidy i Brock 2. Oni predlaţu sledeću korekciju:

*Cd* 

*f**Cdo* ,

gde je:

1 0,75(**M *d* )

1 **M *d*

*f*

**

(4)

gde su:

*Cdo* – koeficijent otpora bez unutrašnje cirkulacije, a

*M* i **d – dinamički viskozitet mešavine, odnosno kapljice.

Za kapljicu vode temperature 24C u vazdušnoparnoj mešavini temperature 98C korekcioni faktor *f*iznosi 0,996. Unutrašnja cirkulacija ima zanemarljiv uticaj na koeficijent otpora, zaključili su Hinze 3i Le Clair i dr. 4, kao i Reinhart 1. Uticaj razmera i intenziteta turbulencije neprekidne sredine na koeficijent otpora kapljice je takoĎe ispitivan. Hinze 3je pokazao da vrtlozi razmera manjih od prečnika kapljice ne mogu značajno uticati na dinamiku kapljice, ali da ih moţda treba uzeti u obzir u izrazu za otpor.

Tarabin i Gauvin 5zaključuju da nizak intenzitet turbulencije ne utiče značajno na koeficijent otpora. Predloţen je veliki broj izraza za koeficijent otpora. Pregled i meĎusobno poreĎenje izvesnog broja tih izraza dali su Hedley 6i Kulić 7. Eksperimentalno je potvrĎeno 8da se za veće vrednosti Reynoldsovog broja koeficijent otpora kapljice ne moţe izraziti samo kao funkcija tog broja. Hughes i Gilliland 8su na bazi analize velikog broja eksperimentalnih podataka uveli koeficijent spljoštenosti u funkciji bezdimenzione grupe *Re0,35We*, dok Reinhart 1kao novu promenljivu uvodi „konstantu sistema“.

*R*e4 *Fr*

*S* 

*We*3 (5)

Reinhartovi izrazi obuhvataju širok dijapazon Reynoldsovih brojeva i potvrĎeni su njegovim eksperimentima, vršenim na većem broju gasova i tečnosti, a slaţu se sa eksperimentalnim rezultatima Gunna i Kinzera 9.

Svi navedeni izrazi za koeficijent otpora odnose se na kretanje kapljice konstantnom relativnom brzinom u odnosu na neprekidnu sredinu.

Relativno ubrzanje kapljice u odnosu na okolni fluid uzrokuje tok oko kapljice, koji zahteva izvesnu količinu kinetičke energije, što se manifestuje kao dodatna sila otpora (sila usled pridruţene mase), koja je u slučaju kapljice sfernog oblika jednaka 10

 1 *d* 3**

 *d*    

*Fpm* 2 6 *M* *dt*

*Vd* *VM*

(6)

Pored ove sile u viskoznom fluidu se pojavljuje i tzv. Bassetova sila koja uzima u obzir kompletnu istoriju kretanja kapljice. Ova sila postaje značajna samo pri ekstremno velikim ubrzanjima, tada moţe nekoliko puta nadmašiti silu otpora pri uniformnom kretanju

8. Uticaj promene mase kapljice na kretanje kapljice ispitivali su Hamielec 11, Bailey 12

i predlaţu da se ovaj uticaj obuhvati korigovanjem koeficijenta otpora

*C*

*C* *do d* 1 *L*

(7)

gde su:

*L* *c*

*Cdo* – koeficijent otpora kapljice konstantne mase, a

*L* – koeficijent prenosa (Spaldingov broj) definisan relacijom

*T*

*pM* *h*

*v*

(8)

gde su:

*cpM* – specifični toplotni kapacitet vazdušnoparne mešavine pri stalnom pritisku;

*hv* – toplota isparavanja;

*T* – razlika temperature neprekidne sredine i kapljice.

Posmatrajući kapljicu kao tačku promenljive mase, Meščerski 13uvodi dodatnu silu usled dodatne mase

 *dmd* 

*Fm* *dt* *Vm*

(9)

Pored sila definisanih izrazima (3), (6), (9), koje imaju karakter sile otpora, na kapljicu

deluje još sila gravitacije i Arhimedova sila, definisane izrazima (10) i (11).



*Fb* *d* 

## 

*d* 3**

6

*g*

*d* 3** 

(10)

*Fp* *M*  6 *g*

(11)

gde su: 

*g* – ubrzanje zemljine teţe;

d – gustoća kapljice;

M – gustoća mešavine i

*d* – prečnik kapljice.

Sila usled gradijenta pritiska u pravcu kretanja moţe se zanemariti, osim u slučaju veoma velikih gradijenata pritisaka, moţe se zanemariti i sila uzgona (Magnusova sila) koja je posledica rotacije kapljice nastale usled gradijenta brzine neprekidne sredine.

Za sfernu kapljicu koja se kreće malom brzinom u fluidu velike viskoznosti Saffman

15je izveo izraz za tzv. Saffmanovu silu uzgona. Da bi ova sila postala značajna, treba da se istovremeno stekne više uslova, tako da je eventualna pojava ove sile kao značajne za kretanje kapljice, veoma retka.

Pored navedenih sila postoje i sile usled fluktuacije pritiska, intermolekularne sile, sile usled termoforeze, fotoforeze i difuzioforeze 14, koje imaju značaja samo pri kretanju kapljica tečnosti submikroskopske veličine.

*2.1.1. Koeficijent otpora kapljice*

Kao što je napred navedeno, u nekim slučajevima moguće je dobiti analitičko rešenje diferencijalne jednačine kretanja kapljice, ako se koeficijent otpora izrazi u funkciji Reynoldsovog broja.

Na koeficijent otpora kapljice utiče ubrzanje kapljice, delimična rotacija i unutrašnja cirkulacija kapljice kao i intenzitet turbulencije okolnog fluida. Neki od ovih uticaja na sferu i različite kapljice rezultiraju u različitim vrednostima koeficijenata otpora.

U pregledu izraza za koeficijent otpora, korišćenih u celom području Reynoldsovih brojeva, prvo je analiziran metod Lapple i Shepard 15. Ovaj metod koristi poznate vrednosti granične brzine kapljice za odreĎivanje vrednosti koeficijenta otpora iz jednačine kretanja.

Granične brzine su odreĎene jednačinom Besta 18

*V RT* 943 1 exp(*d*

## 1.77)

1.147 

(12)

gde su:

*VRT* – relativna granična brzina, cm/s

*d* – prečnik kapljice, mm

Dobijene brzine aproksimiraju eksperimentalne rezultate Gunn i Kinzera 9.

U radu [12] su dati izrazi za izračunavanje koeficijenta otpora, za pojedine oblasti

Reynoldsovih brojeva:

*C* 14.098*R*e0.571 10 <*Re <*102

*d*

(13)

*C* 4.61*R*e0.337 102<*Re <*103 (14)

*d*

*C* 0.0264*R*e0.396 103<*Re* (15)

*d*

Jednačina kretanja je rešavana za oba slučaja kretanja kapljice, prema gore i prema dole, koristeći metod Runge-Kutta četvrtog reda. Rezultati ovih računanja su manifestovani relativnom brzinom kao i preĎenim putem kapljice u funkciji vremena. Računanja su izvedena za kapljicu prečnika 1 mm koje se kreće prema gore, izloţene različitim početnim uslovima (zapreminski udeo pare u mešavini je 5 %, ukupni pritisak 1 bar), prikazani su na slikama 2 i 3, respektivno. Pune linije predstavljaju uslove kada se vazdušno parna mešavina kreće. TakoĎe prema gore, brzina je manja od granične relativne brzine i isprekidana linije predstavljaju suprotnu situaciju. U svakom slučaju, kapljica dostiţe relativnu graničnu brzinu od oko 4 m/s. Sa slike 3 se moţe videti kada je VM< VRT. Kapljica se kreće prema gore na početku i posle dostizanja maksimalne visine počinje padati. Kada je VM> VRT kapljica se nosi dalje vazdušnoparnom mešavinom dostiţući višu brzinu.



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Kriva Br. | Početna brzina kapljice (m/s) | Brzina mešavine (m/s) |
| 1 | 10 | 5 |
| 2 | 5 | 10 |
| 3 | 2 | 5 |
| 4 | 11 | 1 |
| 5 | 3 | 2 |
| 6 | 2 | 3 |

*Slika 2. Relativna brzina kapljice u funkciji vremena*

*u slučaju kretanja prema gore*



*Slika 3. Pređeni put kapljice u funkciji vremena u slučaju kretanja prema gore*

##### *2.2. Prenos toplote i mase*

Odredićemo količinu razmenjene toplote izmeĎu padajuće kapljice i mešavine pare i inertnog gasa (u ovom slučaju vazduha). Kapljica poznatog prečnika *d*, početne uniformne temperature *Ti*, ubačena je u mešavinu poznate koncentracije *CMi*, temperature *TM* sa početnom brzinom *Vd0* vertikalno prema dole.

Ubačena kapljica razmenjuje toplotu sa okolinom (tj. vazdušnoparnom mešavinom) na dva načina: prvi usled temperaturne razlike izmeĎu vazdušnoparne mešavine i kapljice (osetna toplota *qS*), kao i kondenzacijom pare iz vazdušnoparne mešavine (latentna toplota *qL*). Ove komponente čine ukupnu toplotnu energiju *qT*, koja je razmenjena izmeĎu kapljice i vazdušnoparne mešavine.

Ukupna razmenjena toplota je odreĎena izrazom

*qT* = *qS* + *qL* (16)

MeĎutim, pri istovremenom odvijanju procesa razmene toplote i mase, prenos mase utiče na koeficijent prenosa toplote. Ovu činjenicu eksperimentalno su utvrdili Bird, Stewart i Lightfoot 16, a Berman 17, 18objasnio promenom debljine graničnog sloja usled prenosa mase i pojavom Stefanovog toka. Skelland 7je predloţio da se taj uticaj obuhvati korigovanjem Nuseltovog broja mnoţenjem Ackermanovim brojem 19.

Komponenta osetnog prenosa toplote moţe biti predstavljena

*qS* *AC* *hS* (*TM* *T*) (17)

*AC* 

*a*

1 *e* *a*

(18)

U slučaju prenosa mase iz binarne mešavine sa jednim inertnim gasom (vazduh)

koeficijent *a* moţe biti predstavljen:

*a* *N A* *M A* *C PA*

* *N S*
* *M S*

*C PS* / *hS*

*N S*

* *M S*

*C PS*

/ *hS*

(19)

gde je proizvod *N S*

*M S* – gustina poprečnog fluksa materije,

*hS* – koeficijent prelaza toplote pri “čistom prenosu toplote”.

Latentna komponenta toplote moţe biti predstavljena sledećom jednačinom

*qL* *hv* *NS* *MS*

(20)

gde je *NS* definisana sledećim izrazom

*N S*  

**ln1 *CSi CM* 

1 *CSM CM* 

**ln1 

*pSi*

*pM* 

1 

*pSM*

*pM* 

Koristeći izraz (16) i jednačine (17) do (20) ukupna toplotna energija moţe biti odreĎena ako su poznate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i mase. Koeficijent prenosa toplote *hS* za najviše inţenjerskih situacija se moţe računati koristeći Nusseltov broj

*hS* *d*

*Nu* 

*k*

gde su:

(21)

*hS* – konvektivni koeficijent prenosa toplote, W/m2K

*k* – toplotna provodljivost kapljice, W/mK

Radova koji se odnose na prenos mase ima znatno manje. Pregled izvesnog broja izraza za prenos mase dali su Yaron i Gal-or 20. Svi predloţeni izrazi daju vezu izmeĎu Sherwoodovog broja i Reynoldsovog i Schmidtovog broja, a neki od izraza su korigovani odnosom brzina kapljice i okolnog fluida.

Za uslove koji vladaju u kondenzacionoj komori vrednost Lewisovog broja je pribliţno jednaka jedinici 21, tako da vredi analogija izmeĎu prenosa toplote i mase. Vrednosti ovog koncepta su potvrĎene sa više istraţivanja: za isparavanje tečnosti u unutrašnjosti cevi 22, isparavanje vode u filmskom tipu rashladnog tornja 23, isparavanje kapljice koja se nalazi u mlazu 24.

Koeficijent prenosa mase se moţe odrediti koristeći Sherwoodov broj

***d*

*Sh* 

*CS* *DAB*

(22)

gde su:

**– koeficijent prenosa mase,

*CS* – molarna koncentracija pare u vazdušnoparnoj mešavini i

*DAB* – koeficijent difuzije pare u vazduhu.

Prema Bobeu, Malysheve 25, koji su analizirali kondenzaciju pare na cevima u prisustvu inertnog gasa, postoji analogija prenosa toplote i mase. Eksperimentalni rezultati Semeina 26odnose se na kondenzaciju pare u slučaju vazdušnoparne mešavine na ispuni rashladne kule, a Schrodta i Gerharta 27za kondenzaciju pare iz mešavine sa nekondenzujućim gasom na vertikalnim cevima.

Berman 17, 18serijom radova tretira problem kombinovanog prenosa toplote i mase za različite industrijske primene (najčešće za kondenzatore i rashladne kule). On pretpostavlja da postoji odreĎena funkcionalna zavisnost Nusseltovog odnosno Sherwoodovog broja od ne samo Reynoldsovog, Prandtlovog, Schmidtovog, Grashoffovog broja nego i drugih bezdimenzionalnih veličina i to:

*Nu* 

i

*f* (Re, Pr, Gr, *w*

, *C PS*

*C PM* )

(23)

*Sh* 

gde su:

## *f* (Re, Sc, Gr,

*g*,

*g* , R S

R M )

(24)

*jS* *dD*

*pSM* *pSI*

*W* **

; *g* 

*M M M*

**

*p*

(25)

*jS* *NS* *MS*

i *S* *pSM pM*

(26)

Prenos toplote izmeĎu kapljice tečnosti i okolnog fluida mnogi autori su ispitivali

teoretski i eksperimentalno.

Iscrpan pregled velikog broja predloţenih izraza dali su Sideman i Shabatai 28. Svi ti izrazi daju zavisnost Nusseltovog od Reynoldsovog i Prandtlovog broja u obliku

*Nu* *A* *B**R*e*m* *P*r*n*

(27)

Izraz koji su dali Yaroni i Gal-or 20se daje u sledećem obliku

*Sh* *A* *B**R*e*m* *S*e*n*

(28)

Vrednosti za *A* u jednačinama (27) i (28) su 0 ili 2, zavisno od vrednosti Reynoldsovog broja pri kojima se izvode eksperimenti. U ovom radu je korišćena vrednost *A*=2 jer su tada jednačine (27) i (28) upotrebljive i kada *Re*0.

Vrednosti za *B* variraju od 0,085 29do 0,027 30, 0,45 31; 0,6 30do 0,98 u radu Yaron i Gal-or 20.

Masliyaha i Epsteina 32pokazuju da eksponenti *m* i *n* u jednačinama (27) i (28) zavise od vrednosti Reynoldsovog broja. Rezultati Hoffmana i Rassa nisu uzeti u obzir u ovom radu, jer pokrivaju usko područje Reynoldsovih brojeva. U najvećem broju radova preporučuju se vrednosti koeficijenata *m* = 1/2; *n* = 1/3, dok se za *B* preporučuje vrednost koja je funkcija Reynoldsovog broja (*B* = 0.6 za *Re* < 450; odnosno *B*=0.27 za 450 <*Re* < 104).

Hughmark 30je dao korelacije (29) i (30) koje su korišćene u ovom radu jer su

bazirane na velikom broju eksperimentalnih podataka prenosa toplote i mase.

*Nu* 2 0.6*R*e1/2 *P*r1/3

*Sh* 2 0.6*R*e1/2 *S*e1/3 za*Re <*450 (29)

*Nu* 2 0.27 *R*e0.62 *P*r1/3

*Sh* 2 0.27 *R*e0.62 *P*r1/3 za 450 <*Re <*104 (30)

Relacijama (29) i (30) odreĎen je proces razmene toplote izmeĎu površine kapljice i okolnog fluida. Ove relacije su do sada primenjene u širokom dijapazonu Reynoldsovih brojeva [33, 34].

##### *2.3 Temperatura kapljice bez unutrašnjeg otpora prenosu toplote*

Kada je poznata gustina toplotnog fluksa *qT* koja se iz okolnog fluida preda kapljici, moguće je odrediti kakvi će efekti biti na temperaturu kapljice. Kao prvo pribliţenje moţe se uzeti da je termički otpor na unutrašnjoj strani kapljice zanemariv, tj. ne postoji temperaturni gradijent unutar kapljice. Količina toplote koju kapljica razmeni sa okolnim fluidom je

*d* *m* *c dt*

*PW* *T* *qT* *A*

(31)

Zanemarujući promenu radijusa i mase kapljice jednačina (31) moţe se transformisati u

sledeći oblik

*dT* *C* *T dt M*

# 

*T* *C*1

***N*

*S* *M S*

(32)

*C*1 

**

*D*

* *cPW* *d*

(33)

*C*2 *AC* *hc*

(34)

*C* *C*1 *C*2 (35)

Pod pretpostavkom male promene temperature rešenje diferencijalne jednačine (32) dobija se u obliku

*T* *T M*

* ***N S*

### *C*

* *M S*



* *T*



*M* *Ti*

* ***N S*

### *C*

* *M S* exp(*C* *t* )





2 2 (36)

Na slici 4. data je termička efikasnost υ kapljice prečnika 2,25 mm [35].



*Slika 4. Termička efikasnost kapljice aritmetičkog prečnika d = 2,25 mm*

Termička efikasnost je definisana izrazom

(37)

gde su:

T – temperature kapljice, K

TM – temperature vazdušnoparne mešavine, K Ti – početna temperature kapljice, K

#### Zaključna razmatranja

Izvršena je analiza hidrodinamike kapljice, gde su veoma detaljno razmatrani svi relevantni parametri. Osim standardnih sila, sile otpora i sile teţine, uzeti su u obzir i uticaji sile potiska, sile usled pridruţene mase i sile usled promene mase. Koeficijent otpora nije računat samo kao funkcija Re broja, nego je uzet u obzir uticaj kondenzacije i potiska. Analize su vršene za kapljice prečnika do 1mm i Reynoldsov broj manji od 500.

Razmatran je problem razmene toplote i mase na kapljici pod dejstvom pogonskih potencijala temperature i pritiska, koristeći analogiju prenosa toplote i mase, koja se primenjuje za vazdušnoparnu mešavinu.

Razmatran je problem temperaturnog polja unutar kapljice, nastalog pod dejstvom

pogonskog potencijala temperature i pritiska. Prezentirana su četiri pristupa rešavanju ovog

problema. U priloţenom programu je korišćen model sa unutrašnjom cirkulacijom. Veoma

mali broj autora koristi ovaj model, zbog teškoća definisanja cirkulacije unutar kapljice.

Nakon što je problem razmatran na jednoj kapljici izloţenoj dejstvu mešavine para– vazduh, nepromenjivih parametara, analiziran je problem, kakav je u stvarnim uslovima na mlazu vodenih kapljica, koji se raspršava unutar odreĎenog prostora ispunjenog vazdušnoparnom mešavinom, čiji se parametri menjaju tokom vremena.

#### Korišćene oznake

*m =(1/6)d3d* masa kapljice, kg

*Vd* brzina kapljice, m/s

*F* rezultujuća sila, N

*Z* preĎeni put, m

*Fot* sila otpora, N

*Cdt* koeficijent otpora kapljice

*QM* gustina vazdušnoparne mešavine, kg/m2

*d* prečnik kapljice, m

*VM* brzina vazdušno parne mešavine, m/s

*g* ubrzanje zemljine teţe, m/s2 σ napon površine, N/m

*Cdo* koeficijent otpora kapljice konstantne mase, bez unutrašnje cirkulacije

*M* dinamički viskozitet mešavine, Ns/m2

*d* dinamički viskozitet kapljice, Ns/m2

*S* = *Re4Fr/We3* Reinhartova „konstanta“ sistema

*R*e *VRdM*

** Reynoldsov broj

*V* 2

*Fr* 

*We* 

*R*

*d* *g*

2

*W*

*R*

Froudov broj

*d* *M*

** Weberov broj

*Fpm* sila usled pridruţene mase, N

*CpM* specifični toplotni kapacitet mešavine, J/kgK

*Fm* dodatna sila usled promene mase, N

*q* gustina toplotnog fluksa, W/m2

*qS* osetna gustina toplotnog fluksa, W/m2 *qL,* latentna gustina toplotnog fluksa, W/m2 *AC* Akermanov broj

*a* koeficijent

*NA, NS* molarni fluksevi vazduha i pare, kmol/m2s

*MA, MS* molarne mase vazduha i pare, kg/kmol

*CpA,CpS,* molarni specifični toplotni kapacitet vazduha i pare, J/KmolK

*Csi* molarnakoncentracija pare u mešavini

** koeficijent prenosa mase kmol/m2s

*DAB* koeficijent difuzije pare u vazduhu, m2/s

*JS* maseni fluks, kg/m2s

*Sc* 

*Gr* 

**

***DAB*

*g* *d* 3

**2

Schmidtov broj Grasfhofov broj

*RS,RM* gasne konstante pare i mešavine, J/kgK

***T* *Ti*

*TM* *Ti* termička efikasnost

LITERATURA

[1] A. Reinhart (1984). „Das Verhalten fallender Tropfen”, Disertacija Eidgenössichen Techinschen Hochschule in Zürich.

[2] G. M. Hidy and J. R. Brock (1980). „The Dynamics of Aero-Colloidal Systems”, Pergamon Press.

[3] J. O. Hinze (1995). „Fundamentals of the Hydrodynamic Mechanism of Splitting in Dispersing

Processes”, AICHE Jurnal, 1, 289–295.

[4] B. P. Leclair, A. E. Hamielec, H. R. Pruppacher and W. D. Hall (1992). „A Theoretical and Experimental Study of the Internal Circulation in Water Drops Falling of Terminal Velocity in Air”, J. of Atmosf. Sci, 29, 728–740.

[5] L. B. Torobin and W. H. Gauvin (2001). „The Drag Coefficient of Single Spheres Moving in

Steady and Accelerated Motion in Turbulent Fluid”, AICHE Juornal, 7, 615–619.

[6] A. B. Hedley, A. S. M. Nuruzzaman, G. F. Martin: Progress Rewiew no 62 (2001). „Combustion of single Droplets and Simplified Spray Systems”, Journal of the Institute of Fuel, no 1, 38–54.

[7] E. Kulić and E. Rhodes (1997). „Heat Transfer Rate Predictions in Condensation on Droplets From

Air-Steam Mixture”, Can. J. Chem. Eng. Vol. 55, 131–137.

[8] R. R. Hughes and E. R. Gilliland. (2002). „The Mechanics of Drops”, Chem. Eng. Prog. 48, 497– 504.

[9] R. Gunn and G. D. Kinzer (1989). „The Terminal Velocity of Fall for Water Droplets in Stagnat

Air”, Journal of Meteorology 6, 243–248.

[10] L. I. Sedov (1973). „Mehanika splošnoj sredy”, Tom I, Nauka, Moskva.

[11] A. E. Hamielec, T. W. Hoffman, L. L. Ross (1977). „Numerical Solution of the Navier Stokes Equation for Past Spheres”, AICHE Journal, 13, 212–219.

[12] G. H. Bailey (1980). „Dynamic Equations and Solutions for Particles Undergoing Mass Transfer”, Brit. Chem. Eng., 15, 912–916.

[13] I. V. Meščerski (1959). „Dinamika točki peremenoj masi”, V sbor. Raboti po mehanike tel

permenenoj massi, Gostehnizdat.

[14] L. Waldman and K. H. Schmidt (1996). „Thermophoresis and Diffusiophoresis of Aerosols”,

capter G in: Aerosol Science, editor N. C. Davies, Academic Press.

[15] C. E. Lapple and C. B. Shepard (1950). „Calculation of Particle Trajectories”, Ind. Engng. Chem.

32, 605–617.

[16] R. B. Bird, W. E. Stewart and E. N. Lightfoot (1980). „Transport Phenomena”, John Wiley Sons. [17] L. D. Berman (1969). „Nekotorie zakonomernosti sovmestno protekajušćih processov teplo i massoobomena v geterogennih sistemah”, Ţurnal tehničeskoj fiziki, Tom XXIX, 94–106.

[18] L. D. Berman (1966). „Vlijanie potoka veščestva na konvektivnuju teplootdaču pri isparenii i

kondensatsii para”, Teploenergetika, 4, No. 2, 25–30.

[19] G. Ackerman (1945). „Das Lewische Gesetz für das Zusammenwirken von Wärmeübergang und

Verdundstung Forsch. Ing. – Wes. 5, 95.

[20] Yaron and B. Gal-or (2011). „Convective Mass and Heat Transfer from Size-Distributed Drops,

Bubles or Solid Particles”, Int. J. Heat and Mass Transfer, 14, 727–737.

[21] W. K. Lewis (1932). „The Eavaporation of Liquid into a Gas”, Trans. ASME, 44, 455–476.

[22] E. R. Gilliland and T. K. Sherwood (1944). „Diffusion of Vapors into Air Streams”, Ind. Eng.

Chem. 26, No. 5, 516–523.

[23] L. D. Berman (1987). „Evaporative Cooling of Circulating Water”, Pergamon Press.

[24] W. E. Ranz and W. R. Marshall (1962). „Evaporation from Drops”, Parts I and II, Chem. Eng.

Prog. 48, 141–146.

[25] L. S. Bobe, D. D. Malyshev (1991). „Calculating the Condensation of steam with a Cross-Flow of

Steam Gas Mixture over Tubes”, Thermal Engineering, 18, No. 12, 126–130.

[26] V. M. Semeyin (1966). „Teplootdača vlaţnovo vazduha pri kondenzatsii para”, Teploenergetika, 4, 11–15.

[27] J. T. Schrodt and E. R. Gerhard (1995). „Condensation of Water Vapour from a Non-Condensing

Gas on Vertical Tubes in a Bank”, Ing. Eng ng. Chem. Fundamentals, 4, No. 1, 46–49.

[28] S. Sideman and H. Sabathai (1984). „Direct-Contact Heat Transfer Between a Single Drop and an

Immiscible Liquid Medium”, The Canadian J. of Chem. Eng., 107–117.

[29] H. Kramers (1991). „Heat Transfer and Pressure drop Data on Cooling Tower Packings and Model Studies of the Resistance of Natural Draft Tower to Airflow”, International Heat Transfer Conference, Colorado, Vol. 3–5.

[30] G. A. Hughmargk (1987). „Mass and Heat Transfer from Rigid Spheres”, AIChE Journal, 13, 1, 219–221.

[31] R. Darke (1981). „Discussion of the Paper of G. C. Vliet and G. Leippert”, Trans. ASME Ser. C, Heat Transfer, 83, 170–173.

[32] J. H. Masliyah and N. Epstein (1972). „Numerical Solution of Heat and Mass Transfer from Spheroids in Steady Axisymmetric Flow”, Progress in Heat and Mass Transfer, Vol. 6.

[33] K. G. T. Hollands (1984). „An Analysis of Counter-flow Spray Cooling Tower”, Int. J. Heat Mass Transfer, 17, 1227–1239.

[34] G. Send (1982). „Luftbefeuchtung im adiabat betriebenen Luftwäscher”, HLH, Vol. 23, 143–146. [35] D. Škobalj (1998). Proučavanje mehanizma prenosa toplote u dvofaznom toku vodenih kapi u

vlaţnom vazduhu, doktorska disertacija, Novi Sad.

**Dragan Škobalj, Ph.D.**

**SIMULTANEOUS MOMENTUM, HEAT AND MASS TRANSFER APPLIED TO A SINGLE DROPLET**

***Summary***

Combined momentum, heat and mass transfer to droplets occur in a number of technical processes such as spray drying, spray cooling, spray crystalization, cyclone evaporation, combustion of liquid fuels, spray or void of fill cooling towers and water sprays at fill bottom of cooling towers, air conditioning units, direct contact condensers in thermal tower generating plants, etc.

In spite of the fact that one of these operations was used 5000 years ago (evaporative cooling) and the relatively young process such as the combustion of liquid fuels is about 120 years old, although intensive research has been undertaken for decades in the area. Even the simple single droplet problem involving these three transport phenomena is far from being resolved and completely understood for the whole range of variables of practical interest.

*Key words*: combined, momentum, heat and mass transfer, single droplet.