Dr Dragan Škobalj
Internacionalni univerzitet,
Brčko distrikt BiH

UDC 043(53.09)
Originalni naučni rad

SIMULACIJA SIMULTANOG PRENOSA KOLIČINE KRETANJA, TOPLOTE I MASE PRIMENJENA NA JEDNU KAPLJICU

SAŽETAK: Kombinovani prenos količine kretanja, toplote i mase na kapljici javlja se u velikom broju tehničkih procesa kao što su: sušenje mlaza, hlađenje mlaza, kristalizacija mlaza, ciklonsko isparavanje, sagorevanje tečnog goriva, mlaz ili prostor ispune rashladnog tornja i vodeni mlaz ispod ispune rashladnog tornja, komora za kondicioniranje vazduha, direktnim kontaktnim kondenzatorima u termoelektranama.

Uprkos činjenici da su se ove operacije koristile pre 5000 godina (evaporativno hlađenje) i relativno mlađi proces kao što je sagorevanje tečnog goriva koje je staro 120 godina, provođena su intenzivna istraživanja u zadnjih nekoliko decenija na ovom polju. Čak i jednostavni problem jedne kapljice uključuje ova tri transportna fenomena i daleko je od razrešenja i detaljnog razumevanja za kompletnu oblast varijabli od praktičnog interesa.

KLJUČNE REČI: simultani prenos količine kretanja, toplote, mase, jedna kapljica.

1. Uvod

U slučaju padanja kapljice tečnosti u vazdušnoparnoj mešavini poznatih parametara, tj. temperature, pritiska i vlažnosti, problem se svodi na određivanje brzine padanja, pređenog puta i temperature u funkciji vremena.

Problem je matematički opisan diferencijalnim jednačinama kretanja, prenosa toplote i mase, kao i energije za jednu izolovanu kapljicu.

Rešenje sadrži sve neophodne informacije za svaku tačku sistema kapljica – vazdušnoparna mešavina. Treba imati u vidu da često i u najjednostavnijem slučaju, kada se posmatra izolovana kapljica u uniformnoj struji, analiza je toliko složena, da je nemoguće dobiti analitička rešenja. U tom slučaju se za dobijanje rešenja primenjuje neki od numeričkih postupaka.

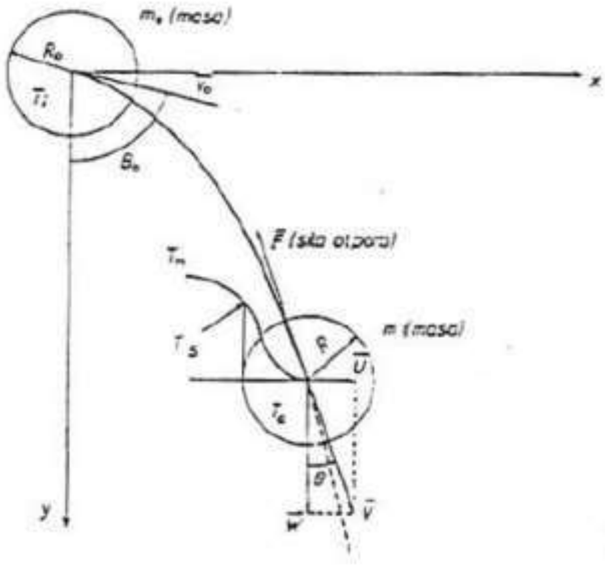
2. Hidrodinamika kapljice

Padanje kapljice u vazdušnoparnoj mešavini prikazano je na slici 1. Potrebno je odrediti brzinu i položaj kapljice ubačene u vazdušnoparnu mešavinu koja se kreće, u svakom trenutku vremena od ubacivanja. Promena brzine količine kretanja pri padanju kapljice u vazdušnoparnoj mešavini, data je sledećom jednačinom:

$$\frac{d\left(m\cdot\vec{V}_d\right)}{dt}=\vec{F} \qquad (1)$$

a položaj kapljice, odnosno pređeni put može se odrediti iz sledeće jednačine:

$$\frac{dZ}{dt}=V_d \qquad (2)$$



Slika 1. Šematski prikaz padanja kapljice

2.1. Analiza sila koje deluju na kapljicu

Rezultantna sila $\vec{F}$ koja deluje na kapljicu pri njenom kretanju kroz neprekidnu sredinu u izrazu (1) sastoji se od više komponenata, čiji uticaj na kretanje kapljice zavisi od niza faktora. U većini slučajeva dominantan uticaj ima sila otpora, koja je posledica relativnog kretanja kapljice u odnosu na vazdušnoparnu mešavinu.

$$\vec{F}_{ot}=-\frac{1}{2}C_d\cdot\rho_M\cdot\frac{d^2\pi}{4}\left(\vec{V}_d-\vec{V}_M\right)\cdot\left|\vec{V}_d-\vec{V}_M\right| \qquad (3)$$

gde su:

C_d – koeficijent otpora kapljice,

ρ_M – gustina vazdušnoparne mešavine,

d – prečnik kapljice

V_d i V_M – brzine kapljice i vazdušnoparne mešavine.

Većina radova koji se odnose na koeficijent otpora sfere odnose se na čvrste sfere. Koeficijent otpora kapljice tečnosti se, međutim, razlikuje od koeficijenta otpora čvrste sfere, naročito u slučaju većih kapljica. Razlozi za to su: deformacija, odnosno odstupanje oblika kapljice od sfernog, cirkulacija unutar kapljice itd.

Uticaj deformacije kapljice na koeficijent otpora može biti značajniji i prema Reinhartu [6] raste sa porastom bezdimenzione veličine $(\rho_d - \rho_M)g \cdot d^2/\sigma$.

Za vrednosti ove veličine manje od 0,4 uticaj deformacija se može zanemariti. Uticaj cirkulacije tečnosti unutar kapljice na koeficijent otpora razmatrali su Ryboynski i Hadamard, a sumirali Hidy i Brock [2]. Oni predlažu sledeću korekciju:

$$C_d = f_\mu \cdot C_{do},$$

gde je:

$$f_\mu = \frac{1 + 0{,}75(\mu_M/\mu_d)}{1 + \mu_M/\mu_d} \qquad (4)$$

gde su:

C_{do} – koeficijent otpora bez unutrašnje cirkulacije, a

μ_M i μ_d – dinamički viskozitet mešavine, odnosno kapljice.

Za kapljicu vode temperature 24°C u vazdušnoparnoj mešavini temperature 98°C korekcioni faktor f_μ iznosi 0,996. Unutrašnja cirkulacija ima zanemarljiv uticaj na koeficijent otpora, zaključili su Hinze [3] i Le Clair i dr. [4], kao i Reinhart [1]. Uticaj razmera i intenziteta turbulencije neprekidne sredine na koeficijent otpora kapljice je takođe ispitivan. Hinze [3] je pokazao da vrtlozi razmera manjih od prečnika kapljice ne mogu značajno uticati na dinamiku kapljice, ali da ih možda treba uzeti u obzir u izrazu za otpor.

Tarabin i Gauvin [5] zaključuju da nizak intenzitet turbulencije ne utiče značajno na koeficijent otpora. Predložen je veliki broj izraza za koeficijent otpora. Pregled i međusobno poređenje izvesnog broja tih izraza dali su Hedley [6] i Kulić [7]. Eksperimentalno je potvrđeno [8] da se za veće vrednosti Reynoldsovog broja koeficijent otpora kapljice ne može izraziti samo kao funkcija tog broja. Hughes i Gilliland [8] su na bazi analize velikog broja eksperimentalnih podataka uveli koeficijent spljoštenosti u funkciji bezdimenzione grupe $Re^{0,35} \cdot We$, dok Reinhart [1] kao novu promenljivu uvodi „konstantu sistema“.

$$S = \frac{Re^4 Fr}{We^3} \qquad (5)$$

Reinhartovi izrazi obuhvataju širok dijapazon Reynoldsovih brojeva i potvrđeni su njegovim eksperimentima, vršenim na većem broju gasova i tečnosti, a slažu se sa eksperimentalnim rezultatima Gunna i Kinzera [9].

Svi navedeni izrazi za koeficijent otpora odnose se na kretanje kapljice konstantnom relativnom brzinom u odnosu na neprekidnu sredinu.

Relativno ubrzanje kapljice u odnosu na okolni fluid uzrokuje tok oko kapljice, koji zahteva izvesnu količinu kinetičke energije, što se manifestuje kao dodatna sila otpora (sila usled pridružene mase), koja je u slučaju kapljice sfernog oblika jednaka [10]

$$\vec{F}_{pm} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{d^3 \pi}{6} \cdot \rho_M \cdot \frac{d}{dt}\left(\vec{V}_d - \vec{V}_M\right) \tag{6}$$

Pored ove sile u viskoznom fluidu se pojavljuje i tzv. Bassetova sila koja uzima u obzir kompletnu istoriju kretanja kapljice. Ova sila postaje značajna samo pri ekstremno velikim ubrzanjima, tada može nekoliko puta nadmašiti silu otpora pri uniformnom kretanju [8]. Uticaj promene mase kapljice na kretanje kapljice ispitivali su Hamielec [11], Bailey [12] i predlažu da se ovaj uticaj obuhvati korigovanjem koeficijenta otpora

$$C_d = \frac{C_{do}}{1 + L} \tag{7}$$

gde su:

C_{do} – koeficijent otpora kapljice konstantne mase, a

L – koeficijent prenosa (Spaldingov broj) definisan relacijom

$$L = c_{pM} \frac{\Delta T}{\Delta h_v} \tag{8}$$

gde su:

c_{pM} – specifični toplotni kapacitet vazdušnoparne mešavine pri stalnom pritisku;

Δh_v – toplota isparavanja;

ΔT – razlika temperature neprekidne sredine i kapljice.

Posmatrajući kapljicu kao tačku promenljive mase, Meščerski [13] uvodi dodatnu silu usled dodatne mase

$$\vec{F}_m = \frac{dm_d}{dt} \cdot \vec{V}_m \tag{9}$$

Pored sila definisanih izrazima (3), (6), (9), koje imaju karakter sile otpora, na kapljicu deluje još sila gravitacije i Arhimedova sila, definisane izrazima (10) i (11).

$$\vec{F}_b = \rho_d \cdot \frac{d^3\pi}{6} \cdot \vec{g} \qquad (10)$$

$$\vec{F}_p = -\rho_M \cdot \frac{d^3\pi}{6} \cdot \vec{g} \qquad (11)$$

gde su:

$\vec{g}$ – ubrzanje zemljine teže;

ρ_d – gustoća kapljice;

ρ_M – gustoća mešavine i

d – prečnik kapljice.

Sila usled gradijenta pritiska u pravcu kretanja može se zanemariti, osim u slučaju veoma velikih gradijenata pritisaka, može se zanemariti i sila uzgona (Magnusova sila) koja je posledica rotacije kapljice nastale usled gradijenta brzine neprekidne sredine.

Za sfernu kapljicu koja se kreće malom brzinom u fluidu velike viskoznosti Saffman [15] je izveo izraz za tzv. Saffmanovu silu uzgona. Da bi ova sila postala značajna, treba da se istovremeno stekne više uslova, tako da je eventualna pojava ove sile kao značajne za kretanje kapljice, veoma retka.

Pored navedenih sila postoje i sile usled fluktuacije pritiska, intermolekularne sile, sile usled termoforeze, fotoforeze i difuzioforeze [14], koje imaju značaja samo pri kretanju kapljica tečnosti submikroskopske veličine.

2.1.1. Koeficijent otpora kapljice

Kao što je napred navedeno, u nekim slučajevima moguće je dobiti analitičko rešenje diferencijalne jednačine kretanja kapljice, ako se koeficijent otpora izrazi u funkciji Reynoldsovog broja.

Na koeficijent otpora kapljice utiče ubrzanje kapljice, delimična rotacija i unutrašnja cirkulacija kapljice kao i intenzitet turbulencije okolnog fluida. Neki od ovih uticaja na sferu i različite kapljice rezultiraju u različitim vrednostima koeficijenata otpora.

U pregledu izraza za koeficijent otpora, korišćenih u celom području Reynoldsovih brojeva, prvo je analiziran metod Lapple i Shepard [15]. Ovaj metod koristi poznate vrednosti granične brzine kapljice za određivanje vrednosti koeficijenta otpora iz jednačine kretanja. Granične brzine su određene jednačinom Besta [18]

$$V_{RT} = 943 \cdot \left[1 - \exp(-d/1.77)^{1.147}\right] \tag{12}$$

gde su:

V_{RT} – relativna granična brzina, cm/s

d – prečnik kapljice, mm

Dobijene brzine aproksimiraju eksperimentalne rezultate Gunn i Kinzera [9].

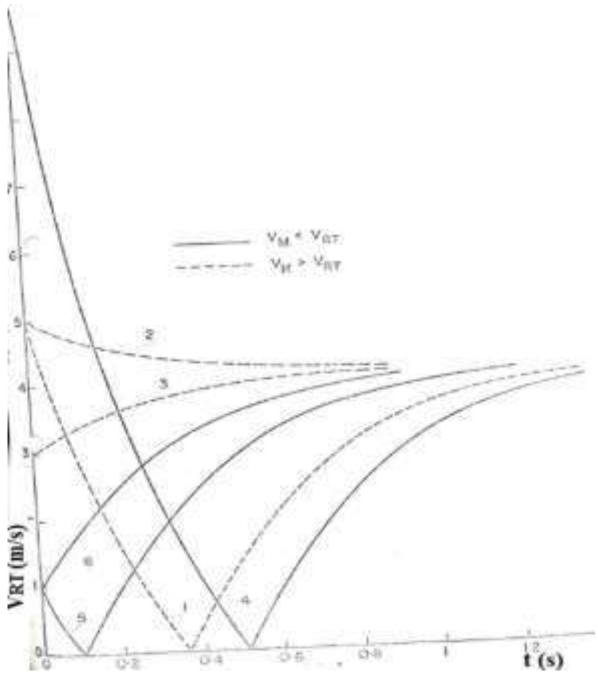
U radu [12] su dati izrazi za izračunavanje koeficijenta otpora, za pojedine oblasti Reynoldsovih brojeva:

$$C_d = 14.098 \cdot Re^{-0.571} \qquad 10 < Re < 10^2 \tag{13}$$

$$C_d = 4.61 \cdot Re^{-0.337} \qquad 10^2 < Re < 10^3 \tag{14}$$

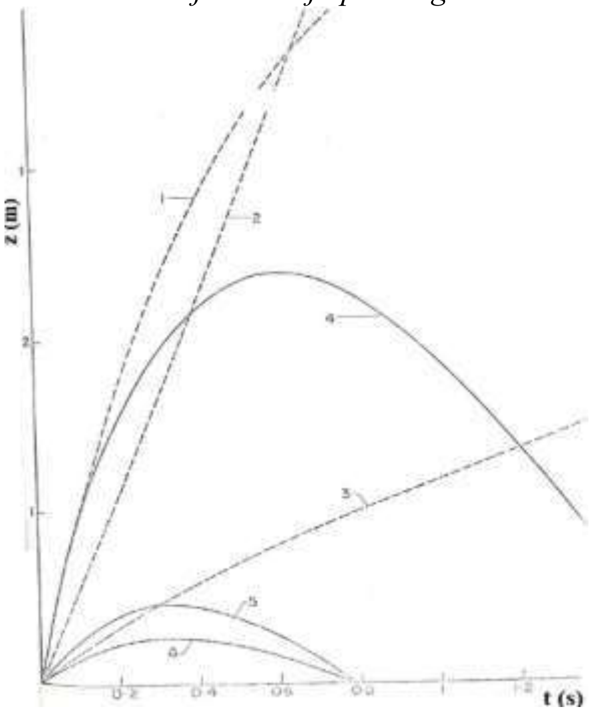
$$C_d = 0.0264 \cdot Re^{0.396} \qquad 10^3 < Re \tag{15}$$

Jednačina kretanja je rešavana za oba slučaja kretanja kapljice, prema gore i prema dole, koristeći metod Runge-Kutta četvrtog reda. Rezultati ovih računanja su manifestovani relativnom brzinom kao i pređenim putem kapljice u funkciji vremena. Računanja su izvedena za kapljicu prečnika 1 mm koje se kreće prema gore, izložene različitim početnim uslovima (zapreminski udeo pare u mešavini je 5 %, ukupni pritisak 1 bar), prikazani su na slikama 2 i 3, respektivno. Pune linije predstavljaju uslove kada se vazdušno parna mešavina kreće. Takođe prema gore, brzina je manja od granične relativne brzine i isprekidana linije predstavljaju suprotnu situaciju. U svakom slučaju, kapljica dostiže relativnu graničnu brzinu od oko 4 m/s. Sa slike 3 se može videti kada je $V_M < V_{RT}$. Kapljica se kreće prema gore na početku i posle dostizanja maksimalne visine počinje padati. Kada je $V_M > V_{RT}$ kapljica se nosi dalje vazdušnoparnom mešavinom dostižući višu brzinu.



Kriva Br.	Početna brzina kapljice (m/s)	Brzina mešavine (m/s)
1	10	5
2	5	10
3	2	5
4	11	1
5	3	2
6	2	3

Slika 2. Relativna brzina kapljice u funkciji vremena u slučaju kretanja prema gore



Slika 3. Pređeni put kapljice u funkciji vremena u slučaju kretanja prema gore

2.2. Prenos toplote i mase

Odredićemo količinu razmenjene toplote između padajuće kapljice i mešavine pare i inertnog gasa (u ovom slučaju vazduha). Kapljica poznatog prečnika d, početne uniformne temperature T_i, ubačena je u mešavinu poznate koncentracije C_{Mi}, temperature T_M sa početnom brzinom V_{d0} vertikalno prema dole.

Ubačena kapljica razmenjuje toplotu sa okolinom (tj. vazdušnoparnom mešavinom) na dva načina: prvi usled temperaturne razlike između vazdušnoparne mešavine i kapljice (osetna toplota q_S), kao i kondenzacijom pare iz vazdušnoparne mešavine (latentna toplota q_L). Ove komponente čine ukupnu toplotnu energiju q_T, koja je razmenjena između kapljice i vazdušnoparne mešavine.

Ukupna razmenjena toplota je određena izrazom

$$q_T = q_S + q_L \tag{16}$$

Međutim, pri istovremenom odvijanju procesa razmene toplote i mase, prenos mase utiče na koeficijent prenosa toplote. Ovu činjenicu eksperimentalno su utvrdili Bird, Stewart i Lightfoot [16], a Berman [17, 18] objasnio promenom debljine graničnog sloja usled prenosa mase i pojavom Stefanovog toka. Skelland [7] je predložio da se taj uticaj obuhvati korigovanjem Nuseltovog broja množenjem Ackermanovim brojem [19].

Komponenta osetnog prenosa toplote može biti predstavljena

$$q_S = A_C \cdot h_S (T_M - T) \tag{17}$$

$$A_C = \frac{a}{1 - e^{-a}} \tag{18}$$

U slučaju prenosa mase iz binarne mešavine sa jednim inertnim gasom (vazduh) koeficijent a može biti predstavljen:

$$a = \left(N_A \cdot M_A \cdot C_{PA} + N_S \cdot M_S \cdot C_{PS}\right) / h_S \approx N_S \cdot M_S \cdot C_{PS} / h_S \tag{19}$$

gde je proizvod $N_S \cdot M_S$ – gustina poprečnog fluksa materije,

h_S – koeficijent prelaza toplote pri “čistom prenosu toplote”.

Latentna komponenta toplote može biti predstavljena sledećom jednačinom

$$q_L = \Delta h_v \cdot N_S \cdot M_S \tag{20}$$

gde je N_S definisana sledećim izrazom

$$N_S = \frac{\beta \cdot \ln\left(1 - C_{Si} / C_M\right)}{\left(1 - C_{SM} / C_M\right)} = \frac{\beta \cdot \ln\left(1 - p_{Si} / p_M\right)}{\left(1 - p_{SM} / p_M\right)}$$

Koristeći izraz (16) i jednačine (17) do (20) ukupna toplotna energija može biti određena ako su poznate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i mase. Koeficijent prenosa toplote h_S za najviše inženjerskih situacija se može računati koristeći Nusseltov broj

$$Nu = \frac{h_S \cdot d}{k} \qquad (21)$$

gde su:

h_S – konvektivni koeficijent prenosa toplote, W/m^{2}K

k – toplotna provodljivost kapljice, W/mK

Radova koji se odnose na prenos mase ima znatno manje. Pregled izvesnog broja izraza za prenos mase dali su Yaron i Gal-or [20]. Svi predloženi izrazi daju vezu između Sherwoodovog broja i Reynoldsovog i Schmidtovog broja, a neki od izraza su korigovani odnosom brzina kapljice i okolnog fluida.

Za uslove koji vladaju u kondenzacionoj komori vrednost Lewisovog broja je približno jednaka jedinici [21], tako da vredi analogija između prenosa toplote i mase. Vrednosti ovog koncepta su potvrđene sa više istraživanja: za isparavanje tečnosti u unutrašnjosti cevi [22], isparavanje vode u filmskom tipu rashladnog tornja [23], isparavanje kapljice koja se nalazi u mlazu [24].

Koeficijent prenosa mase se može odrediti koristeći Sherwoodov broj

$$Sh = \frac{\beta \cdot d}{C_S \cdot D_{AB}} \qquad (22)$$

gde su:

β – koeficijent prenosa mase,

C_S – molarna koncentracija pare u vazdušnoparnoj mešavini i

D_{AB} – koeficijent difuzije pare u vazduhu.

Prema Bobeu, Malysheve [25], koji su analizirali kondenzaciju pare na cevima u prisustvu inertnog gasa, postoji analogija prenosa toplote i mase. Eksperimentalni rezultati Semeina [26] odnose se na kondenzaciju pare u slučaju vazdušnoparne mešavine na ispuni rashladne kule, a Schrodta i Gerharta [27] za kondenzaciju pare iz mešavine sa nekondenzujućim gasom na vertikalnim cevima.

Berman [17, 18] serijom radova tretira problem kombinovanog prenosa toplote i mase za različite industrijske primene (najčešće za kondenzatore i rashladne kule). On pretpostavlja da postoji određena funkcionalna zavisnost Nusseltovog odnosno Sherwoodovog broja od ne samo Reynoldsovog, Prandtlovog, Schmidtovog, Grashoffovog broja nego i drugih bezdimenzionalnih veličina i to:

$$Nu = f(\mathrm{Re},\ \mathrm{Pr},\ \mathrm{Gr},\ \Pi w\ ,\ C_{PS}/C_{PM}) \tag{23}$$

i

$$Sh = f(\mathrm{Re},\ \mathrm{Sc},\ \mathrm{Gr},\ \Pi g,\ \varepsilon_g,\ \mathrm{R_S}/\mathrm{R_M}) \tag{24}$$

gde su:

$$\Pi_W = \frac{j_S \cdot d_D}{v_M \cdot \rho_M};\ \Pi_g = \frac{p_{SM} - p_{SI}}{p_M} \tag{25}$$

$$j_S = N_S \cdot M_S \ \text{ i } \varepsilon_S = p_{SM}/p_M \tag{26}$$

Prenos toplote između kapljice tečnosti i okolnog fluida mnogi autori su ispitivali teoretski i eksperimentalno.

Iscrpan pregled velikog broja predloženih izraza dali su Sideman i Shabatai [28]. Svi ti izrazi daju zavisnost Nusseltovog od Reynoldsovog i Prandtlovog broja u obliku

$$Nu = A + B \cdot Re^m \cdot \mathrm{Pr}^n \tag{27}$$

Izraz koji su dali Yaroni i Gal-or [20] se daje u sledećem obliku

$$Sh = A + B \cdot Re^m \cdot Se^n \tag{28}$$

Vrednosti za A u jednačinama (27) i (28) su 0 ili 2, zavisno od vrednosti Reynoldsovog broja pri kojima se izvode eksperimenti. U ovom radu je korišćena vrednost A=2 jer su tada jednačine (27) i (28) upotrebljive i kada $Re \rightarrow 0$.

Vrednosti za B variraju od 0,085 [29] do 0,027 [30], 0,45 [31]; 0,6 [30] do 0,98 u radu Yaron i Gal-or [20].

Masliyaha i Epsteina [32] pokazuju da eksponenti m i n u jednačinama (27) i (28) zavise od vrednosti Reynoldsovog broja. Rezultati Hoffmana i Rassa nisu uzeti u obzir u ovom radu, jer pokrivaju usko područje Reynoldsovih brojeva. U najvećem broju radova preporučuju se vrednosti koeficijenata m = 1/2; n = 1/3, dok se za B preporučuje vrednost koja je funkcija Reynoldsovog broja (B = 0.6 za Re < 450; odnosno B=0.27 za 450 <Re < 10^4).

Hughmark [30] je dao korelacije (29) i (30) koje su korišćene u ovom radu jer su bazirane na velikom broju eksperimentalnih podataka prenosa toplote i mase.

$$Nu = 2 + 0.6 \cdot Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$

$$Sh = 2 + 0.6 \cdot Re^{1/2} \cdot Se^{1/3} \text{ za} Re < 450 \tag{29}$$

$$Nu = 2 + 0.27 \cdot Re^{0.62} \cdot Pr^{1/3}$$

$$Sh = 2 + 0.27 \cdot Re^{0.62} \cdot Pr^{1/3} \text{ za } 450 < Re < 10^4 \tag{30}$$

Relacijama (29) i (30) određen je proces razmene toplote između površine kapljice i okolnog fluida. Ove relacije su do sada primenjene u širokom dijapazonu Reynoldsovih brojeva [33, 34].

2.3 Temperatura kapljice bez unutrašnjeg otpora prenosu toplote

Kada je poznata gustina toplotnog fluksa q_T koja se iz okolnog fluida preda kapljici, moguće je odrediti kakvi će efekti biti na temperaturu kapljice. Kao prvo približenje može se uzeti da je termički otpor na unutrašnjoj strani kapljice zanemariv, tj. ne postoji temperaturni gradijent unutar kapljice. Količina toplote koju kapljica razmeni sa okolnim fluidom je

$$\frac{d}{dt}\left(m \cdot c_{PW} \cdot T\right) = q_T \cdot A \tag{31}$$

Zanemarujući promenu radijusa i mase kapljice jednačina (31) može se transformisati u sledeći oblik

$$\frac{dT}{dt} = C\left(T_M - T\right) + C_1 \cdot \lambda \cdot N_S \cdot M_S \tag{32}$$

$$C_1 = \frac{\sigma}{\rho_D \cdot c_{PW} \cdot d} \tag{33}$$

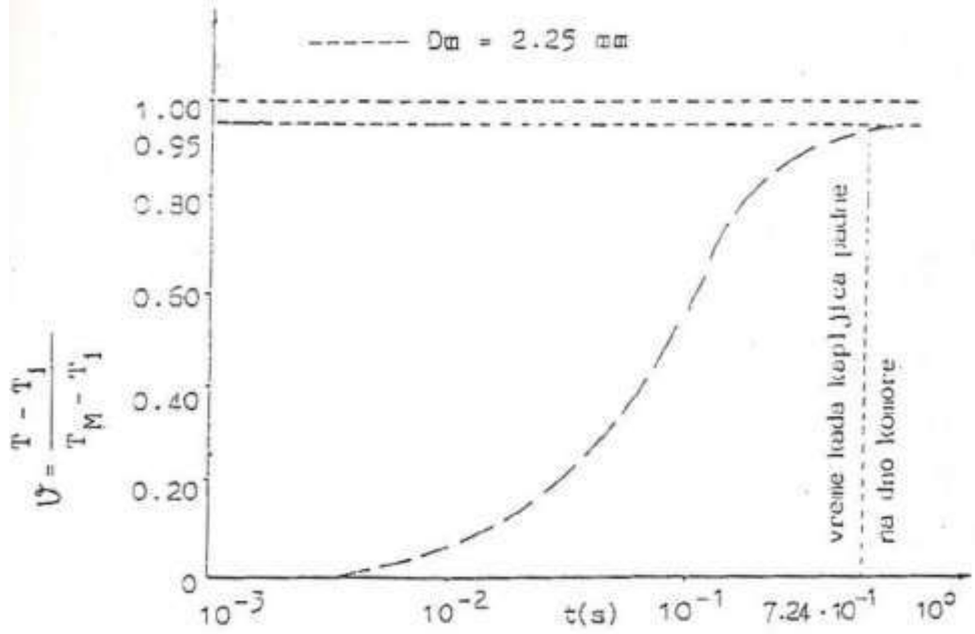
$$C_2 = A_C \cdot h_c \tag{34}$$

$$C = C_1 \cdot C_2 \tag{35}$$

Pod pretpostavkom male promene temperature rešenje diferencijalne jednačine (32) dobija se u obliku

$$T = T_M + \frac{\lambda \cdot N_S \cdot M_S}{C_2} - \left(T_M - T_i + \frac{\lambda \cdot N_S \cdot M_S}{C_2}\right)\exp(-C \cdot t) \tag{36}$$

Na slici 4. data je termička efikasnost υ kapljice prečnika 2,25 mm [35].



Slika 4. Termička efikasnost kapljice aritmetičkog prečnika d = 2,25 mm

Termička efikasnost je definisana izrazom

$$\vartheta = \frac{T - T_i}{T_M - T_i}$$
(37)

gde su:

T – temperature kapljice, K

T_M – temperature vazdušnoparne mešavine, K

T_i – početna temperature kapljice, K

Zaključna razmatranja

Izvršena je analiza hidrodinamike kapljice, gde su veoma detaljno razmatrani svi relevantni parametri. Osim standardnih sila, sile otpora i sile težine, uzeti su u obzir i uticaji sile potiska, sile usled pridružene mase i sile usled promene mase. Koeficijent otpora nije računat samo kao funkcija Re broja, nego je uzet u obzir uticaj kondenzacije i potiska. Analize su vršene za kapljice prečnika do 1mm i Reynoldsov broj manji od 500.

Razmatran je problem razmene toplote i mase na kapljici pod dejstvom pogonskih potencijala temperature i pritiska, koristeći analogiju prenosa toplote i mase, koja se primenjuje za vazdušnoparnu mešavinu.

Razmatran je problem temperaturnog polja unutar kapljice, nastalog pod dejstvom pogonskog potencijala temperature i pritiska. Prezentirana su četiri pristupa rešavanju ovog problema. U priloženom programu je korišćen model sa unutrašnjom cirkulacijom. Veoma mali broj autora koristi ovaj model, zbog teškoća definisanja cirkulacije unutar kapljice.

Nakon što je problem razmatran na jednoj kapljici izloženoj dejstvu mešavine para–vazduh, nepromenjivih parametara, analiziran je problem, kakav je u stvarnim uslovima na mlazu vodenih kapljica, koji se raspršava unutar određenog prostora ispunjenog vazdušnoparnom mešavinom, čiji se parametri menjaju tokom vremena.

Korišćene oznake

$m = (1/6)\cdot\pi\cdot d^3\cdot\rho_d$ masa kapljice, kg
V_d brzina kapljice, m/s
F rezultujuća sila, N
Z pređeni put, m
F_{ot} sila otpora, N
C_{dt} koeficijent otpora kapljice
Q_M gustina vazdušnoparne mešavine, kg/m^2
d prečnik kapljice, m
V_M brzina vazdušno parne mešavine, m/s
g ubrzanje zemljine teže, m/s^2
σ napon površine, N/m
C_{do} koeficijent otpora kapljice konstantne mase, bez unutrašnje cirkulacije
μ_M dinamički viskozitet mešavine, Ns/m^2
μ_d dinamički viskozitet kapljice, Ns/m^2
$S = Re^4\cdot Fr/We^3$ Reinhartova „konstanta“ sistema

$$Re = \frac{V_R d \rho_M}{\mu}$$ Reynoldsov broj

$$Fr = \frac{V_R^{\,2}}{d\cdot g}$$ Froudov broj

$$We = \frac{W_R^{\,2}\cdot d\cdot \rho_M}{\sigma}$$ Weberov broj

F_{pm} sila usled pridružene mase, N
C_{pM} specifični toplotni kapacitet mešavine, J/kgK
F_m dodatna sila usled promene mase, N
q gustina toplotnog fluksa, W/m^2
q_S osetna gustina toplotnog fluksa, W/m^2
q_L, latentna gustina toplotnog fluksa, W/m^2
A_C Akermanov broj
a koeficijent
N_A, N_S molarni fluksevi vazduha i pare, kmol/m^{2}s
M_A, M_S molarne mase vazduha i pare, kg/kmol
C_{pA}, C_{pS}, molarni specifični toplotni kapacitet vazduha i pare, J/KmolK
C_{si} molarnakoncentracija pare u mešavini
β koeficijent prenosa mase kmol/m^{2}s

D_{AB} koeficijent difuzije pare u vazduhu, m^2/s
J_S maseni fluks, kg/m^2s

$$Sc = \frac{\mu}{\rho \cdot D_{AB}}$$ Schmidtov broj

$$Gr = \frac{g \cdot d^3}{\upsilon^2}$$ Grasfhofov broj

R_S, R_M gasne konstante pare i mešavine, J/kgK

$$\upsilon = \frac{T - T_i}{T_M - T_i}$$ termička efikasnost

LITERATURA

[1] A. Reinhart (1984). „Das Verhalten fallender Tropfen", Disertacija Eidgenössichen Techinschen Hochschule in Zürich.
[2] G. M. Hidy and J. R. Brock (1980). „The Dynamics of Aero-Colloidal Systems", Pergamon Press.
[3] J. O. Hinze (1995). „Fundamentals of the Hydrodynamic Mechanism of Splitting in Dispersing Processes", AICHE Jurnal, 1, 289–295.
[4] B. P. Leclair, A. E. Hamielec, H. R. Pruppacher and W. D. Hall (1992). „A Theoretical and Experimental Study of the Internal Circulation in Water Drops Falling of Terminal Velocity in Air", J. of Atmosf. Sci, 29, 728–740.
[5] L. B. Torobin and W. H. Gauvin (2001). „The Drag Coefficient of Single Spheres Moving in Steady and Accelerated Motion in Turbulent Fluid", AICHE Juornal, 7, 615–619.
[6] A. B. Hedley, A. S. M. Nuruzzaman, G. F. Martin: Progress Rewiew no 62 (2001). „Combustion of single Droplets and Simplified Spray Systems", Journal of the Institute of Fuel, no 1, 38–54.
[7] E. Kulić and E. Rhodes (1997). „Heat Transfer Rate Predictions in Condensation on Droplets From Air-Steam Mixture", Can. J. Chem. Eng. Vol. 55, 131–137.
[8] R. R. Hughes and E. R. Gilliland. (2002). „The Mechanics of Drops", Chem. Eng. Prog. 48, 497–504.
[9] R. Gunn and G. D. Kinzer (1989). „The Terminal Velocity of Fall for Water Droplets in Stagnat Air", Journal of Meteorology 6, 243–248.
[10] L. I. Sedov (1973). „Mehanika splošnoj sredy", Tom I, Nauka, Moskva.
[11] A. E. Hamielec, T. W. Hoffman, L. L. Ross (1977). „Numerical Solution of the Navier Stokes Equation for Past Spheres", AICHE Journal, 13, 212–219.
[12] G. H. Bailey (1980). „Dynamic Equations and Solutions for Particles Undergoing Mass Transfer", Brit. Chem. Eng., 15, 912–916.
[13] I. V. Meščerski (1959). „Dinamika točki peremenoj masi", V sbor. Raboti po mehanike tel permenenoj massi, Gostehnizdat.
[14] L. Waldman and K. H. Schmidt (1996). „Thermophoresis and Diffusiophoresis of Aerosols", capter G in: Aerosol Science, editor N. C. Davies, Academic Press.
[15] C. E. Lapple and C. B. Shepard (1950). „Calculation of Particle Trajectories", Ind. Engng. Chem. 32, 605–617.
[16] R. B. Bird, W. E. Stewart and E. N. Lightfoot (1980). „Transport Phenomena", John Wiley Sons.
[17] L. D. Berman (1969). „Nekotorie zakonomernosti sovmestno protekajuših processov teplo i massoobomena v geterogennih sistemah", Žurnal tehničeskoj fiziki, Tom XXIX, 94–106.
[18] L. D. Berman (1966). „Vlijanie potoka veščestva na konvektivnuju teplootdaču pri isparenii i kondensatsii para", Teploenergetika, 4, No. 2, 25–30.
[19] G. Ackerman (1945). „Das Lewische Gesetz für das Zusammenwirken von Wärmeübergang und Verdundstung Forsch. Ing. – Wes. 5, 95.

[20] Yaron and B. Gal-or (2011). „Convective Mass and Heat Transfer from Size-Distributed Drops, Bubles or Solid Particles”, Int. J. Heat and Mass Transfer, 14, 727–737.
[21] W. K. Lewis (1932). „The Eavaporation of Liquid into a Gas”, Trans. ASME, 44, 455–476.
[22] E. R. Gilliland and T. K. Sherwood (1944). „Diffusion of Vapors into Air Streams”, Ind. Eng. Chem. 26, No. 5, 516–523.
[23] L. D. Berman (1987). „Evaporative Cooling of Circulating Water”, Pergamon Press.
[24] W. E. Ranz and W. R. Marshall (1962). „Evaporation from Drops”, Parts I and II, Chem. Eng. Prog. 48, 141–146.
[25] L. S. Bobe, D. D. Malyshev (1991). „Calculating the Condensation of steam with a Cross-Flow of Steam Gas Mixture over Tubes”, Thermal Engineering, 18, No. 12, 126–130.
[26] V. M. Semeyin (1966). „Teplootdača vlažnovo vazduha pri kondenzatsii para”, Teploenergetika, 4, 11–15.
[27] J. T. Schrodt and E. R. Gerhard (1995). „Condensation of Water Vapour from a Non-Condensing Gas on Vertical Tubes in a Bank”, Ing. Eng ng. Chem. Fundamentals, 4, No. 1, 46–49.
[28] S. Sideman and H. Sabathai (1984). „Direct-Contact Heat Transfer Between a Single Drop and an Immiscible Liquid Medium”, The Canadian J. of Chem. Eng., 107–117.
[29] H. Kramers (1991). „Heat Transfer and Pressure drop Data on Cooling Tower Packings and Model Studies of the Resistance of Natural Draft Tower to Airflow”, International Heat Transfer Conference, Colorado, Vol. 3–5.
[30] G. A. Hughmargk (1987). „Mass and Heat Transfer from Rigid Spheres”, AIChE Journal, 13, 1, 219–221.
[31] R. Darke (1981). „Discussion of the Paper of G. C. Vliet and G. Leippert”, Trans. ASME Ser. C, Heat Transfer, 83, 170–173.
[32] J. H. Masliyah and N. Epstein (1972). „Numerical Solution of Heat and Mass Transfer from Spheroids in Steady Axisymmetric Flow”, Progress in Heat and Mass Transfer, Vol. 6.
[33] K. G. T. Hollands (1984). „An Analysis of Counter-flow Spray Cooling Tower”, Int. J. Heat Mass Transfer, 17, 1227–1239.
[34] G. Send (1982). „Luftbefeuchtung im adiabat betriebenen Luftwäscher”, HLH, Vol. 23, 143–146.
[35] D. Škobalj (1998). Proučavanje mehanizma prenosa toplote u dvofaznom toku vodenih kapi u vlažnom vazduhu, doktorska disertacija, Novi Sad.

Dragan Škobalj, Ph.D.

SIMULTANEOUS MOMENTUM, HEAT AND MASS TRANSFER APPLIED TO A SINGLE DROPLET

Summary

Combined momentum, heat and mass transfer to droplets occur in a number of technical processes such as spray drying, spray cooling, spray crystalization, cyclone evaporation, combustion of liquid fuels, spray or void of fill cooling towers and water sprays at fill bottom of cooling towers, air conditioning units, direct contact condensers in thermal tower generating plants, etc.

In spite of the fact that one of these operations was used 5000 years ago (evaporative cooling) and the relatively young process such as the combustion of liquid fuels is about 120 years old, although intensive research has been undertaken for decades in the area. Even the simple single droplet problem involving these three transport phenomena is far from being resolved and completely understood for the whole range of variables of practical interest.

Key words: combined, momentum, heat and mass transfer, single droplet.